

支承刚度非线性转子系统的不平衡响应

马艳红, 何天元, 张大义, 洪 杰

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对航空发动机中转子支承的刚度非线性问题, 基于谐波平衡法, 发展了一种适用于多自由度转子系统的不平衡响应计算方法. 通过对带有非线性支承的双盘转子系统不平衡响应的数值模拟, 获得了影响非线性转子系统不平衡响应的关键参数和重要规律. 研究表明: 转子不平衡响应的非线性特征与振型密切相关, 转子的峰值频率和峰值振幅随支承刚度非线性的增强而升高, 随不平衡的增大而增大, 非线性支承会使响应中出现频率的 3 倍频和 5 倍频成分.

关 键 词: 转子动力学; 刚度; 非线性; 谐波平衡法; 不平衡响应

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Imbalance response of rotor system with nonlinear bearing stiffness

MA Yan-hong, HE Tian-yuan, ZHANG Da-yi, HONG Jie

(School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: According to the nonlinearity of bearing stiffness in aero-engine, a computational method for imbalance response of multi-degree-of-freedom rotor system was developed based on the harmonic balance method. Numerical simulation of imbalance response of the double-disc rotor system with nonlinear bearing was carried out. Important laws and key parameters having impact on the response of nonlinear rotor system were founded. Result shows that the nonlinear characteristics of imbalance response are closely related with the vibration mode; the peak frequency and peak amplitude of rotor increases with the growing bearing stiffness nonlinearity and the imbalance; the third order and fifth order response occurs with nonlinear bearing.

Key words: rotor dynamic; stiffness; nonlinear; harmonic balance method; imbalance response

随着现代先进航空发动机的发展, 由滚动轴承引起的转子系统振动响应的非线性特征日益突出. 对于转子系统的结构设计, 传统基于线性理论的设计方法不能准确反映发动机在极限工作状态下的振动特征, 可能导致极限工作状态下的故障或者偏于安全设计的浪费. 因此十分有必要对转子系统在支承非线性刚度下的响应机制、特征和规律进行研究, 为整机振动抑制设计提供理论支撑.

支承刚度非线性的来源主要是挤压油膜阻尼器和滚动轴承. Hai 等^[1-3]建立了一套时/频域结合的方法, 可以计算挤压油膜阻尼器支承刚度非线性多转子的不平衡响应.

对于滚动轴承带来的支承刚度非线性, Hertz^[4]在 1881 年对点接触和线接触给出了理论解, 奠定了滚动轴承静力学分析的基础. 由此发现轴承参数的不同会使支承刚度非线性的强度不

收稿日期: 2013-04-14

作者简介: 马艳红(1975—), 女, 辽宁铁岭人, 副教授, 博士, 主要从事新型阻尼材料与振动控制理论及应用研究、高速旋转机械转子动力学、发动机结构完整性与可靠性研究.

同,Shabaneh等^[5-7]发现随着轴承非线性增强,转子通过响应峰值时振幅随转速“缓增速降”的趋势越发明显.国内在滚动轴承带来的支承刚度非线性的研究方面:Cui等^[8]建立4自由度的刚性转子模型,发现非线性支承转子系统的轴心轨迹可能并非圆形,但是该模型自由度较少,无法考虑转子弯曲振动.罗贵火等^[9]建立了双转子模型,发现反向旋转双转子系统的轴心轨迹会形成“花瓣”状,但是由于盘位于轴段中点,未能考虑叶盘转动惯量对振动的影响.邓四二等^[10-11]分析了中介轴承结构参数和工况条件对转子系统稳定性的影响,但是没有研究支承刚度非线性对不同振型振动响应的影响规律.

本文建立了一种基于谐波平衡法的非线性系统求解方法,该方法能够适用于支承刚度非线性柔性转子系统的不平衡响应计算.应用本方法计算了非线性强度、不平衡量大小、位置等条件对相应振型振动响应的影响规律,并分析了非线性响应的频率成分.下文分为3个部分,分别介绍了谐波平衡法的基本原理、转子系统模型的具体参数和支承刚度非线性转子系统的动力响应规律.

1 谐波平衡法

谐波平衡法是将非线性方程的解假设为各次谐波叠加的形式,然后将此形式的解代入非线性方程中,令方程中同次的正弦、余弦项相互平衡,即可得到能求出含有未知系数的相应多个代数方程,进而可求得方程解的一种计算方法.谐波平衡法用于求解系统的稳态周期解.

对于转子系统,其动力平衡方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \omega, t) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{M}$ 为质量矩阵; $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵; $\mathbf{D} = \mathbf{C} + \omega \mathbf{G}$ 为阻尼矩阵和陀螺力矩矩阵的和矩阵. $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \omega, t)$ 为外力向量,包含轴承的支反力和不平衡力,可以将其分解为线性力 $\mathbf{F}_l$ 和非线性力 $\mathbf{F}_{nl}$ 两部分的叠加

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \omega, t) = \mathbf{F}_l(\mathbf{X}, \omega, t) + \mathbf{F}_{nl}(\mathbf{X}, \omega, t) \quad (2)$$

根据谐波平衡法的基本原理,首先将非线性转子系统响应的位移向量假设为各次傅里叶级数谐波叠加的形式,谐波的基频为转子的频率 ω ^[2,12-13]

$$\mathbf{X}(\omega, t) = \mathbf{B}_0 + \sum_{k=1}^m [\mathbf{B}_k \cos(k\omega t) + \mathbf{A}_k \sin(k\omega t)] \quad (3)$$

式中 m 代表傅里叶级数的次数; $\mathbf{B}_0$, $\mathbf{B}_k$ 和 $\mathbf{A}_k$ 为位移函数中各阶谐波分量的系数向量.

对于系统的稳态周期解,位移 $\mathbf{X}$ 也是时间 t 的函数,则 $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \omega, t)$ 可以写成 $\mathbf{F}(\omega, t)$,假设外力向量 $\mathbf{F}(\omega, t)$ 同样可以展开成傅里叶级数谐波的叠加

$$\mathbf{F}(\omega, t) = \mathbf{C}_0 + \sum_{k=1}^m [\mathbf{C}_k \cos(k\omega t) + \mathbf{S}_k \sin(k\omega t)] \quad (4)$$

式中 $\mathbf{C}_0$, $\mathbf{C}_k$ 和 $\mathbf{S}_k$ 为外力函数中各阶谐波分量的系数向量.

一般来讲,随着 m 的增大该次谐波的幅值将会减弱,通常只需要取前几个较强的倍频成分即可满足计算精度要求,因此下文中的 m 值取为6.将位移展开式(式(3))和外力展开式(式(4))代入式(1),得到新的平衡方程.根据谐波平衡原理,令方程两边相同次数的谐波项相互平衡,可以得到 $(2m+1) \times n$ 组平衡方程(n 为转子系统自由度的数量).

对于常数项的 n 组方程

$$\mathbf{K}\mathbf{B}_0 = \mathbf{C}_0 \quad (5)$$

其含义为常力的平衡,当不考虑重力等常力时,该项系数应当为 $\mathbf{0}$.

对于剩余的 $2m \times n$ 组方程,要让各阶谐波相互平衡只需令对应谐波的系数相等,则可以确定 $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$ 和 $\mathbf{S}_k$, $\mathbf{C}_k$ 的关系.对于第 k 阶正弦谐波

$$[\mathbf{K} - (k\omega)^2 \mathbf{M}]\mathbf{A}_k - k\omega \mathbf{D}\mathbf{B}_k = \mathbf{S}_k \quad (6)$$

对于第 k 阶余弦谐波

$$-k\omega \mathbf{D}\mathbf{A}_k + [\mathbf{K} - (k\omega)^2 \mathbf{M}]\mathbf{B}_k = \mathbf{C}_k \quad (7)$$

由方程式(6)和方程式(7)可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} - (k\omega)^2 \mathbf{M} & -k\omega \mathbf{D} \\ k\omega \mathbf{D} & \mathbf{K} - (k\omega)^2 \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k \\ \mathbf{B}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_k \\ \mathbf{C}_k \end{bmatrix} \quad (8)$$

这样就将非线性方程转化成了线性的代数方程,方程中的未知数仅为各项傅里叶展开项的系数.外力向量 $\mathbf{F}(\omega, t)$ 傅里叶级数的系数向量 $\mathbf{C}_0$, $\mathbf{C}_k$ 和 $\mathbf{S}_k$ 可以通过式(9)~式(11)求出

$$\mathbf{C}_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{F} dt \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_k = \frac{2}{T} \int_0^T \mathbf{F} \cos(k\omega t) dt \quad (10)$$

$$\mathbf{S}_k = \frac{2}{T} \int_0^T \mathbf{F} \sin(k\omega t) dt \quad (11)$$

为了求出所有傅里叶级数的系数,Cameron和Griffin^[14]提出了一种时/频域转换的迭代方法.本文改进后的时/频域转换迭代计算方法如图1所示,力和位移都是 ω 和 t 的函数,记为 $\mathbf{F}(\omega, t)$ 和 $\mathbf{X}(\omega, t)$.首先给出 $\mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{B}_k$ 的初值,将初值代

入式(3)可得到 $\mathbf{X}(\omega, t)$ 关于 t 的函数关系, 将 $\mathbf{X}(\omega, t)$ 代入动力平衡方程式(1)中得到外力向量 $\mathbf{F}(\omega, t)$ 关于时间 t 的函数关系, 通过式(9)~式(11)可以得到 $\mathbf{F}(\omega, t)$ 傅里叶级数展开式中各项

的系数, 通过式(8)可以得到 $\mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{B}_k$ 的第 1 次循环值. 使用得到的 $\mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{B}_k$ 重复迭代直到 $\mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{B}_k$ 的值不再变化即为收敛, 迭代收敛后 $\mathbf{X}(\omega, t)$ 和 $\mathbf{F}(\omega, t)$ 的时/频域表达式就都得到了.

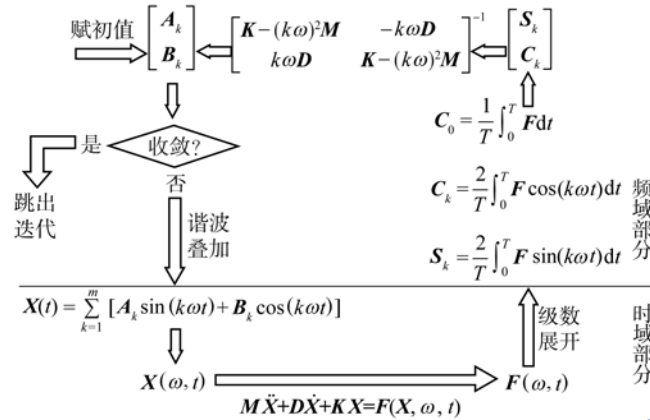


图 1 时/频域转换迭代计算方法

Fig. 1 Computational method of time/frequency domain transfer and iteration

2 转子系统算例参数

2.1 转子系统模型

本文研究的双盘转子-支承系统(以下简称转子系统)模型如图 2 所示, 转子的轴段由 11 个节点和 10 段梁单元组成. 每个节点包含 2 个平动自由度和 2 个转动自由度, 因此共有 44 个自由度. 定义转子材料的密度为 7833.5 kg/m^3 , 弹性模量为 206.8 GPa . 在 5 号和 7 号节点各有 1 个带有转动惯量的集中质量单元, 用来模拟叶盘的质量和转动惯量, 集中质量为 1.134 kg , 极转动惯量 $I_{\text{polar}} = 4.834 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 直径转动惯量 $I_{\text{trans}} = 2.417 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. 在 2 号和 10 号节点各有 1 个弹簧单元, 用来模拟轴承对转子的支承作用. 在 2 号节点使用阻尼单元来模拟转子系统的阻尼效果, 阻尼系数为 $1800 \text{ N} \cdot \text{s/m}$. 转子轴段的单元参数如表 1 所示.

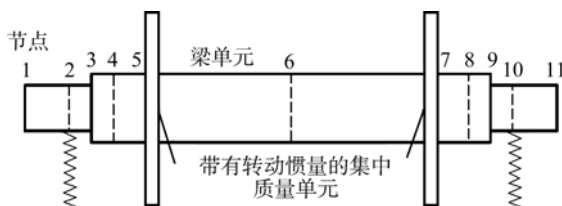


图 2 转子系统

Fig. 2 Rotor system

表 1 梁单元参数

Table 1 Element parameters of beam

单元号	长度/mm	直径/mm
1	25.40	25.4
2	12.70	25.4
3	19.05	38.1
4	19.05	38.1
5	76.20	38.1
6	76.20	38.1
7	19.05	38.1
8	19.05	38.1
9	12.70	25.4
10	25.40	25.4

2.2 支承模型

Yamamoto 等^[15]最早提出轴承的支反力可以用变形的 3 次函数进行拟合

$$f = k_{b1} x + k_{b3} x^3 \quad (12)$$

式中 k_{b1} 和 k_{b3} 分别为轴承的线性和非线性刚度系数, x 为轴颈的径向位移, 这种拟合方法的优点在于可以通过改变 k_{b3} 的值来方便地调节支承非线性的强度.

为验证该支反力拟合方法的合理性, 现将拟合结果与真实支反力结果进行对比, 如图 3 所示. 采用真实航空发动机深沟球轴承的具体参数, 真

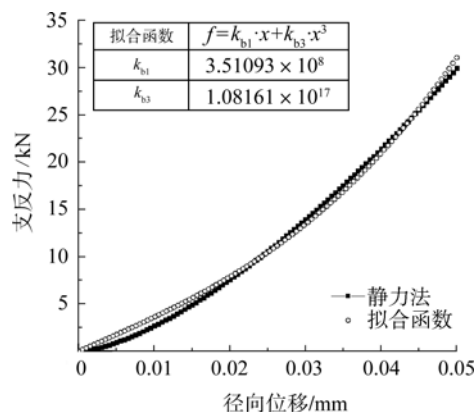


图 3 静力法与拟合函数支反力的对比

Fig. 3 Comparison of bearing supporting forces between statics method and fitting function

实支反力采用通用的基于赫兹弹性接触的静力法^[16]计算。

通过对比可见,此种拟合方法可以较好地反映轴承支反力的真实情况.因此,该支承模型被广泛应用于具有支承刚度非线性转子系统的不平衡响应计算^[5-7]中。

因此,式(2)可以分解成式(13)和式(14)两部分,其中 $me\omega^2$ 为线性不平衡力, e 为不平衡量的偏心量。

$$f_l = k_{b1}x + me\omega^2 \quad (13)$$

$$f_{nl} = k_{b3}x^3 \quad (14)$$

2.3 计算参数说明

在下文计算中,定义 2 号节点处的弹簧单元具有非线性刚度,其 k_{b1} 单位为 N/m , k_{b3} 单位为 N/m^3 . 定义 10 号节点处的弹簧单元具有线性刚度,刚度值为 $3.5 \times 10^7 \text{ N/m}$. 不平衡量位于 5 号节点位置. 响应拾取点为 2 号节点. 3.1 节到 3.4 节中 4 种分析内容的具体计算参数详见表 2。

表 2 转子系统的计算参数

Table 2 Calculation parameters of rotor system

分析内容	2 号节点		5 号节点
	$k_{b1} /$ $10^7 (\text{N/m})$	$k_{b3} /$ $10^{13} (\text{N/m}^3)$	不平衡量/ ($\text{g} \cdot \text{cm}$)
振型	3.5	0	12.0
		4	
		0	
非线性强度	3.5	2	12.0
		4	
		8	

续表

分析内容	2 号节点		5 号节点
	$k_{b1} /$ $10^7 (\text{N/m})$	$k_{b3} /$ $10^{13} (\text{N/m}^3)$	不平衡量/ ($\text{g} \cdot \text{cm}$)
不平衡量	3.5	0 7	1.2
			3.0
			5.0
			7.0
			9.0
			11.0
			12.0
轴承间隙	3.5	7	

3 不平衡响应分析

3.1 支承刚度对振型响应的影响

取 $k_{b3} = 0 \text{ N/m}^3$, 线性支承刚度转子系统的不平衡响应如图 4 和图 5 所示, 在 558 Hz 和 1322 Hz 有 2 个峰值, 分别为 1 阶弯曲振型和俯仰振型。

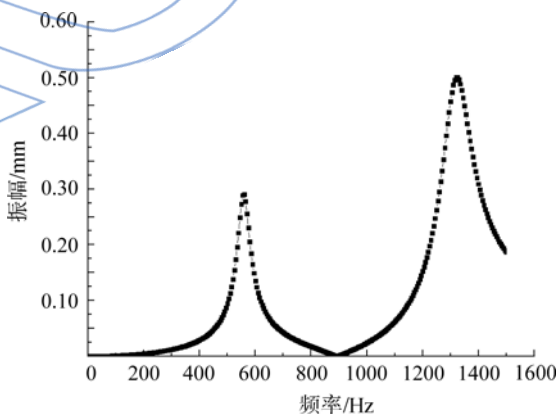


图 4 线性支承刚度转子系统的不平衡响应

Fig. 4 Imbalance responses of linear rotor system with bearing stiffness

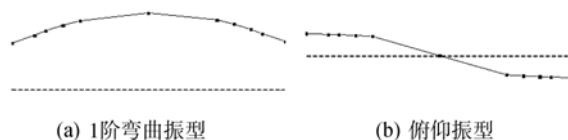


图 5 前 2 阶振型

Fig. 5 The first two vibration modes

为研究支承刚度非线性对不同振型的影响规律,现取 k_{b3} 分别为 0 N/m^3 和 $4 \times 10^{13} \text{ N/m}^3$. 1 阶振型和 2 阶振型的响应如图 6 和图 7 所示. 峰值

频率和峰值振幅的对比如表 3 所示. 可见, 支承刚度非线性对 2 阶振型的影响比 1 阶振型更大.

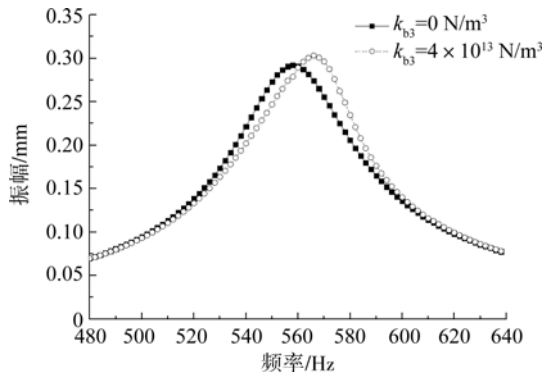


图 6 1 阶振型的不平衡响应

Fig. 6 Imbalance responses of the first vibration mode

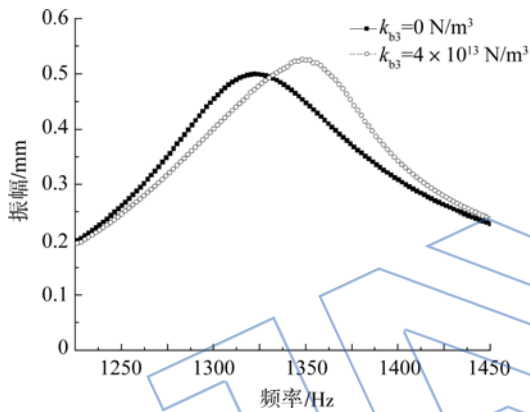


图 7 2 阶振型的不平衡响应

Fig. 7 Imbalance responses of the second vibration mode

表 3 不同振型时峰值频率与峰值振幅
Table 3 Peak frequency and peak amplitude
with different vibration modes

模态	1 阶振型	2 阶振型
线性峰值频率/Hz	558	1322
非线性峰值频率/Hz	565	1347
峰值频率变化率/%	1.24	1.86
线性峰值振幅/ 10^{-4} m	2.919	5.013
非线性峰值振幅/ 10^{-4} m	3.030	5.274
峰值振幅变化率/%	3.66	4.96

2 阶振型比 1 阶振型对支承刚度非线性更敏感的原因主要有两点: 一方面, 由于 2 阶振型的频率比 1 阶振型高 (如图 4), 不平衡力的大小为 $m\epsilon\omega^2$, 相同不平衡量时 2 阶振型的不平衡力比 1 阶振型大, 因此轴承变形大, 非线性更强; 另一方

面, 由于 1 阶振型的变形主要集中在轴段上, 而 2 阶振型的变形主要集中在支承位置, 因此受支承刚度非线性的影响也更大.

3.2 非线性支承刚度对转子响应的影响

当非线性支承刚度逐渐增强 (即 k_{b3} 逐渐增大) 时, 轴承支反力与径向位移关系如图 8 所示, 1 阶峰值附近的响应如图 9 所示. 峰值频率和峰值振幅如表 4 所示.

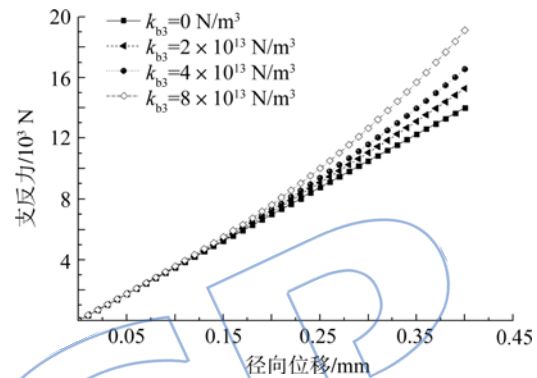


图 8 非线性支承刚度对轴承支反力的影响

Fig. 8 Effects of nonlinearity bearing stiffness on bearing reaction forces

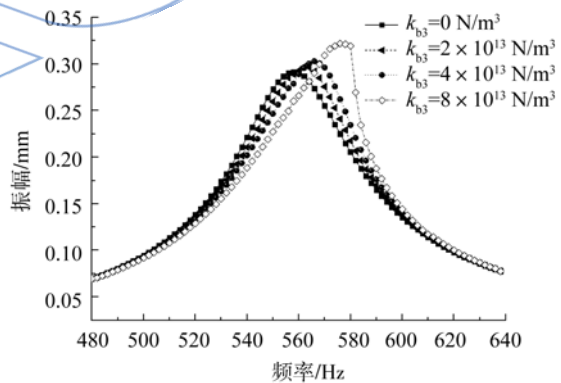


图 9 非线性支承刚度对不平衡响应的影响

Fig. 9 Effects of nonlinear bearing stiffness on imbalance responses

表 4 不同 k_{b3} 时峰值频率与峰值振幅
Table 4 Peak frequency and peak amplitude
with different k_{b3}

$k_{b3}/10^{13}$ (N/m ³)	峰值频率/Hz	峰值振幅/ 10^{-4} m
0	557.9	2.92
2	561.9	2.97
4	565.0	3.03
8	576.7	3.22

图8中最下方的直线代表线性的支反力,其他曲线相比增大的部分即为 $k_{b3}x^3$ 项的作用. 可见非线性系数越大,支反力曲线的弯曲程度越大,支承非线性越明显. 取位移为图9中振幅最大值的 0.322mm 时,图8中3组非线性支反力与线性支反力相比依次增大 5.85% , 11.7% 和 23.41% . 从图9和表4中可以看出当支承刚度非线性增强时:峰值频率升高,峰值振幅增大,通过峰值时“缓增速降”趋势越发明显,远离峰值频率时峰值振幅随非线性强度变化不明显.

出现上述现象的原因在于频率升高时轴承处的振幅会增大,由图8可知振幅增大时轴承的刚度会增大,支承刚度的增大会使峰值频率越来越高,这会导致转子要到更高的频率下才能通过峰值,而在越高的频率下通过峰值振幅也就越大. 通过峰值频率后轴承处的振幅会减小,因此支承刚度会下降,支承刚度的下降会使峰值频率下降,这会导致此时的频率已经远高于此时的峰值频率,因此振幅会随着频率快速下降.

3.3 不平衡量大小对转子响应的影响

取不平衡量为 $1.2, 3.0, 5.0, 7.0, 9.0, 11.0, 12.0\text{g}\cdot\text{cm}$, 分别研究线性和非线性转子系统通过1阶峰值频率时的不平衡响应.

3.3.1 具有线性支承刚度的转子系统

当支承刚度为线性时,如图10中虚线所示. 转子的1阶峰值频率是定值,不随不平衡量的大小而改变. 此外, $12.0\text{g}\cdot\text{cm}$ 的振幅是 $1.2\text{g}\cdot\text{cm}$ 的10倍, $3.0, 5.0, 7.0, 9.0, 11.0\text{g}\cdot\text{cm}$ 之间振幅的差值相等,而 $11.0\text{g}\cdot\text{cm}$ 和 $12.0\text{g}\cdot\text{cm}$ 振幅的差值是前者的一半. 由此可见,对于线性系统振幅与不平衡量的大小呈线性关系.

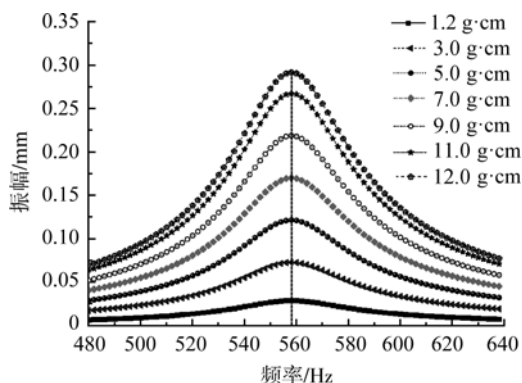


图10 线性支承刚度下不平衡量变化

Fig. 10 Changes of imbalance with linear bearing stiffness

3.3.2 具有非线性支承刚度的转子系统

当 $k_{b3} = 7 \times 10^{13} \text{N/m}^3$ 时,如图11中虚线所示,转子的峰值频率随不平衡量的增大而增大. $12.0\text{g}\cdot\text{cm}$ 的振幅大于 $1.2\text{g}\cdot\text{cm}$ 的10倍, $3.0, 5.0, 7.0, 9.0, 11.0\text{g}\cdot\text{cm}$ 之间振幅的差值也逐渐增大. 可见,非线性转子系统振幅与不平衡量的大小呈非线性关系. 此外,随着不平衡量的逐渐增大,转子通过1阶峰值频率时“缓增速降”的趋势越发显著.

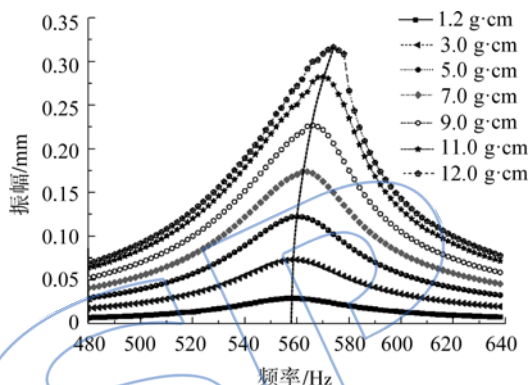


图11 非线性支承刚度下不平衡量变化

Fig. 11 Changes of imbalance with nonlinear bearing stiffness

之所以会出现不平衡量越大,振动响应非线性越强的现象,是由于随着不平衡量的增大,转子的振幅也会随之增大,振幅越大轴承处的位移就越大,而轴承的位移越大支承刚度的非线性就越强(如图8所示),如3.2节所述,支承刚度非线性越强带来振幅的非线性就越明显.

3.4 轴承间隙对转子响应的影响

当轴承存在间隙时,轴承支反力的表达式为

$$\begin{cases} f = k_{b1}(x - P) + k_{b3}(x - P)^3 & x > P \\ f = 0 & x < P \end{cases} \quad (15)$$

式中 P 为轴承间隙值. 取线性刚度系数为 $3.5 \times 10^7 \text{N/m}$, 非线性刚度系数 $k_{b3} = 7 \times 10^{13} \text{N/m}^3$, 不平衡量取为 $12.0\text{g}\cdot\text{cm}$. 分别取 $P = 0, 0.5 \times 10^{-5}, 1.0 \times 10^{-5} \text{m}$ 计算得到2号节点(即轴承位置)处的振幅. 如图12所示,当轴承存在间隙时,转子在各个频率下的振幅都会增大. 且随着轴承间隙值的增大振幅也会随之增大. 在轴承位置处振幅的增大量约等于轴承间隙值.

3.5 非线性响应的频率成分分析

非线性刚度系数 k_{b3} 分别为 $0, 2 \times 10^{13}, 4 \times$

10^{13} N/m^3 时, 计算转子通过 1 阶峰值频率时响应的 1 倍频到 5 倍频成分. 发现频率的 2 倍频和 4 倍频振幅小于其他倍频 10 个量级以上, 可以忽略不计. 频率的 1 倍频、2 倍频和 5 倍频振幅如图 13 所示(注意, 图中各个倍频公用同一个横坐标, 但 3 个纵坐标的范围不同).

$k_{b3}=0 \text{ N/m}^3$ 时支承刚度为线性, 振动的频率成分只有 1 倍频. 随着支承刚度的非线性的增强, 3 倍频和 5 倍频成分所占的比例越来越大. 此外, 无论频率和非线性程度如何变化, 1 倍频的振幅始终最大, 越高的倍频成分振幅越小. 1 倍频、3 倍频、5 倍频随着非线性的增强, 都会出现峰值频率升高, 峰值振幅增大, 通过峰值时“缓增速降”趋势越发明显的现象. 此外在 $3 \times 611 \text{ Hz}$ 和 $5 \times 611 \text{ Hz}$ 频率附近, 3 倍频和 5 倍频成分会出现一个额外

的峰值.

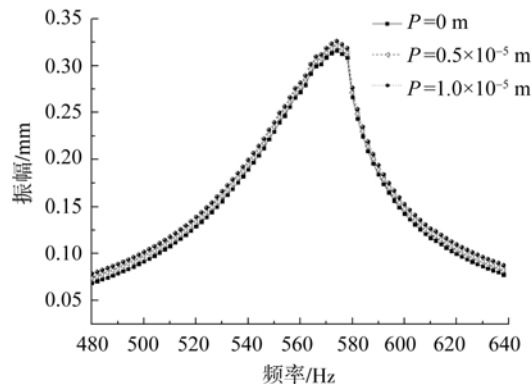


图 12 轴承间隙值对转子振幅的影响

Fig. 12 Effect of bearing clearances on rotor amplitude

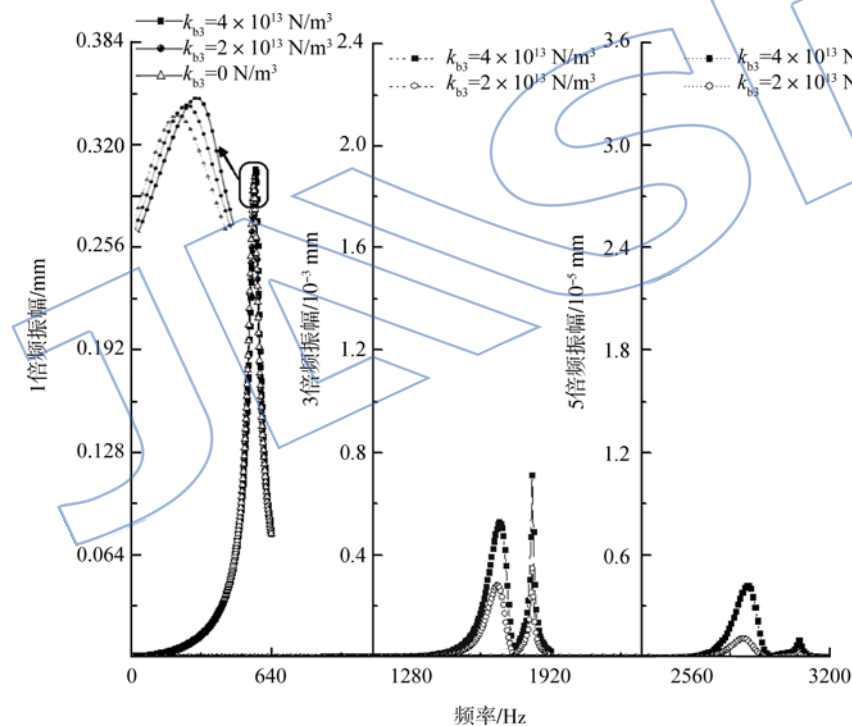


图 13 频率成分分析

Fig. 13 Analysis of frequency component

4 结 论

1) 转子系统不平衡响应的非线性特征与振型密切相关. 对于频率越高、非线性轴承位置变形越大的振型, 响应的非线性特征越明显.

2) 随着支承刚度非线性的增强, 转子系统的峰值频率升高, 峰值振幅增大. 峰值附近转子系统响应曲线“缓增速降”趋势越发显著, 远离峰值振幅时响应随非线性强度变化不明显.

3) 当支承刚度为非线性时, 不平衡量的大小不仅影响振幅, 还会使转子系统的峰值频率随不平衡量的增大而增大. 此外, 随着不平衡量的逐渐增大, 转子系统通过峰值频率时“缓增速降”的趋势体现得越发明显.

4) 当轴承间隙值增大时, 会导致转子系统振幅的增大, 且轴承处振幅的增大量约等于轴承间隙值.

5) 支承刚度非线性转子系统的不平衡响应

信号会出现多个倍频成分. 其中频率的1倍频成分最大,3倍频和5倍频成分也比较明显.

参考文献:

- [1] Hai P M, Bonello P. An impulsive receptance technique for the time domain computation of the vibration of a whole aero-engine model with nonlinear bearings[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 318(3): 592-605.
- [2] Bonello P, Hai P M. A receptance harmonic balance technique for the computation of the vibration of a whole aero-engine model with nonlinear bearings[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 324(1): 221-242.
- [3] Hai P M, Bonello P. A Computational parametric analysis of the vibration of a three-spool aero-engine under multi-frequency unbalance excitation[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2011, 133(7): 072504. 1-072504, 9.
- [4] Hertz H. On the contact of elastic solids[J]. *Journal Fur Die Reine Vnd Angewandte Mathematik*, 1881, 92(110): 156-171.
- [5] Shabaneh N, Zu J W. Nonlinear dynamic analysis of a rotor shaft system with viscoelastically supported bearings[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2003, 125(3): 290-298.
- [6] Zu J W, Ji Z. An improved transfer matrix method for steady-state analysis of nonlinear rotor-bearing systems[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2002, 124(2): 303-310.
- [7] Zu J W, Ji Z Y. Steady-state response of continuous nonlinear rotor-bearing systems using analytical approach[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1998, 120(4): 751-758.
- [8] Cui L, Liu C, Zheng J. Study on nonlinear vibration and dynamic characteristics of rigid rotor roller bearing system [R]. ASME International Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conference, DETC2009-86161, 2009.
- [9] 罗贵火, 周海仑, 王飞, 等. 含滚动轴承的同向和反向旋转双转子系统动力学响应[J]. *航空动力学报*, 2012, 27(8): 1887-1894.
- [10] 邓四二, 贺凤祥, 杨海生, 等. 航空发动机双转子-滚动轴承耦合系统的动力特性分析[J]. *航空动力学报*, 2010, 25(10): 2386-2395.
- [11] 邓四二, 付金辉, 王燕霜, 等. 航空发动机滚动轴承-双转子系统动态特性分析[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(1): 195-204.
- [12] Villa C, Sinou J J, Thouverez F. Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2008, 13(4): 804-821.
- [13] Sinou J J. Non-linear dynamics and contacts of an unbalanced flexible rotor supported on ball bearings[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(9): 1713-1732.
- [14] Cameron T M, Griffin J H. An alternating frequency/time domain method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamic systems[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1989, 56(1): 149-154.
- [15] Yamamoto T, Ishida Y, Ikeda T, et al. Subharmonic and summed-and-differential harmonic oscillations of an unsymmetrical rotor[J]. *Bulletin of JSME*, 1981, 24(187): 192-199.
- [16] Harris T A, Kotzalas M N. Rolling bearing analysis: essential concepts of bearing technology[M]. Boca Raton: CRC Press, 2007.